Dieter Holzhäuser

04.2026

Elektrische und magnetische Feldkonstante

hergeleitet aus den Grundlagen

von Dieter Holzhäuser

Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort

Ich bin kein Physiker, sondern ein immer noch lernender Ingenieur im Ruhestand. Seit einiger Zeit will ich genauer wissen, wo Volt und Ampere herkommen und warum es die Feldkonstanten gibt. Mit Lehrbüchern, in denen die Gesetze, Regeln und Definitionen oft zusammenhanglos auftauchen, so als seien sie vom Himmel gefallen, bin ich nicht weitergekommen.

Also machte ich mich daran, die Feldkonstanten aus elektrischen Grunderscheinungen herzuleiten. Ich darf sagen, dass es mir gelungen ist. Die Wege, die ich gegangen bin, sind das Ergebnis *meiner* Überlegungen und stammen nicht aus Lehrbüchern. Jedoch habe ich mit einer KI diskutiert, woraufhin ich einige meiner Vorstellungen korrigieren musste. Aber auch die Fehler der KI kamen durch die Diskussion zum Vorschein. Deshalb kann ich, trotz sorgfältiger Arbeit, Fehler und schwer verständliche Schlussfolgerungen nicht ausschließen. Mit diesem Text möchte ich interessierte Leser an meinen Überlegungen teilhaben lassen und für „Aha“-Erlebnisse sorgen. Hinweise auf Fehler sind willkommen.

Die Elektrizitätslehre ist anhand ihrer historischen Entwicklung schwer verständlich, insbesondere wegen verschiedener Einheitensysteme, wozu auch die Vorläufer des Internationalen Einheitensystems (SI) gehören. Die Idee dieses Textes ist, die Feldkonstanten unter dem existierenden Internationalen Einheitensystem in Schritten herzuleiten. Bis auf die Herkunft von Volt und Ampere, geschieht das weitgehend ohne die Historie. Im Kontext des jeweiligen Schrittes sind die Gleichungen, Maßeinheiten und Konstanten zwar ungewöhnlich, aber korrekt. Auch ist gewöhnungsbedürftig, mit Feldkonstanten umzugehen, die sich schrittweise ändern.

Wie sich gezeigt hat, verlangt das Thema nach einer Fortsetzung, die auf das elektrische und das magnetische Feld eingeht. Daran arbeite ich.

2. Das Internationale Einheitensystem SI

Das Erfahrungsgut der Physik beruht auf der Messung *physikalischer Größen,* die dadurch mathematisch zu verrechnen sind. Physikalische Größen gehören Größenarten an, die auch kurz *Größen* genannt werden. Zum Beispiel sind die physikalischen Größen *Kreisdurchmesser* und *Entfernung Erde-Mond* von der Größenart *Länge.*

Messen einer physikalischen Größe bedeutet, sie mit einer Maßeinheit zu vergleichen. Es liegt nahe, Maßeinheiten festzulegen (zu definieren). Aber es ist sehr unzweckmäßig, wenn das irgendwie nach den Vorlieben von Physikern und Technikern geschieht, was bis vor etwa 50 Jahren üblich war. Man denke an Maßeinheiten wie Kilopond, Pferdestärke, Atmosphäre und Kilokalorie. Das Internationale Einheitensystem SI (von frz. Système International d' Unités), das 1975 eingeführt wurde, hat diese Praxis beendet. Das SI ist eine Zusammenstellung von Größenarten und ihren Maßeinheiten, deren Festlegung unumgänglich oder praktisch dringend geboten ist. Man spricht von *Grundgrößenarten* oder *Basisgrößen* sowie *Basiseinheiten*. Die Beschränkung auf so wenige Mitglieder wie möglich, hielt den Gesamtaufwand in Grenzen, der für die Darstellung der festgelegten Maßeinheiten getrieben werden musste.

> Mittlerweile hat es einen Paradigmenwechsel gegeben. Das erklärte Ziel der Wissenschaft vom Messen (Metrologie) ist, alle Basiseinheiten anhand von Naturkonstanten zu definieren. Das hat enorme Folgen. Die Zahlenwerte der betreffenden Naturkonstanten gehen nicht mehr aus Messungen hervor, sondern sind unveränderlich festgelegt. Das ist nur konsequent, denn es war ein Widerspruch, von Konstanten zu sprechen, die sich mit dem messtechnischen Fortschritt ändern. Der wirkt sich nun auf die Basiseinheiten aus, die zwar definiert sind, aber ihren Status, nämlich durch ein Normal *festgelegt* zu sein, verlieren, siehe auch: https://de.wikipedia.org/wiki/Internationales_Einheitensystem
> Für diesen Text ist der Rollentausch ohne Bedeutung, weshalb es bei der traditionellen Sichtweise auf das SI bleibt und weiterhin von *festgelegten Einheiten* gesprochen wird.

Die Maßeinheiten der Größen, die keine Basisgrößen sind, können mit Hilfe physikalischer Beziehungen abgeleitet werden. Die Basiseinheiten und die damit abgeleiteten Einheiten sind kohärent. Das bedeutet: die Ergebnisse von Rechnungen, die mit kohärenten Maßeinheiten ausgeführt werden, haben ebenfalls eine kohärente Einheit. Die korrekte Maßeinheit eines Ergebnisses ist implizit gegeben und erfordert keine Aufmerksamkeit. Die Mühe lohnt sich, alle gegebenen physikalischen Größen vor der Rechnung in in solche mit kohärenten SI-Einheiten umzurechnen.

Internationales Einheitensystem SI			
Grundgrößenart (Basisgröße)		**Basiseinheit**	
Name	**Formelzeichen (kursiv)**	**Name**	**Einheiten-zeichen**
Zeit	t	Die Sekunde	s
Länge	l, h, s, r u.a	Das Meter	m
Masse	m	Das Kilogramm	kg
Stromstärke	I, i	Das Ampere	A
Temperatur	T	Das Kelvin	K
Stoffmenge	n	Das Mol	mol
Lichtstärke	I_v	Die Candela	cd

Viele physikalische Vorgänge, insbesondere mechanische, sind mit den Größenarten *Zeit* und *Länge* verbunden. Die Maßeinheiten dieser Größen sind praktisch nicht abzuleiten und deshalb als *Meter* und *Sekunde* festgelegt. Das macht sie zu fundamentalen Mitgliedern des SI. Die Gründe für die Mitgliedschaft von *Masse* und *Stromstärke* im SI spielen in diesem

Text eine große Rolle. Auch auf die *Temperatur* wird kurz eingegangen.

Das SI ist seit 1975 für die Technik sowie den amtlichen und geschäftlichen Verkehr verbindlich. Physiker müssen sich nicht an Normen halten, verwenden es aber weitgehend. Mit dem SI gibt es zum ersten Mal ein universelles, weltweit verbreitetes Einheitensystem, das heißt, *ein* System für Physik, Technik und Alltag.

3. Der Grundlagen der Mechanik als Muster

Die Elektrizitätslehre ist wie die Mechanik und die Thermodynamik ein großes Teilgebiet der klassischen Physik. Gemeinsam ist diesen Teilgebieten, dass sie auf Grunderscheinungen beruhen. Das Trennende ist, dass die Grunderscheinungen völlig unterschiedlich sind. Dennoch ist es sehr hilfreich, die Mechanik als Analogon herzunehmen.

Die Thermodynamik beruht auf dem Zusammenhang von Energie und Temperatur und die Mechanik auf dem Zusammenhang von Kraft und Masse. Wie auch in der Thermodynamik handelt es sich um eine Doppelbeziehung, die durch zwei Basisgleichungen zum Ausdruck kommt, und zwar durch Newtons Trägheitsgesetz sowie das Gravitationsgesetz.

Das Trägheitsgesetz als (zunächst) proportionale Beziehung lautet:
$\vec{F} \sim m \cdot \vec{a}$ Die Kraft $\vec{F}$ ist der Masse *m* und der Beschleunigung $\vec{a}$ proportional.

Wiederum als proportionale Beziehung lautet das Gravitationsgesetz:

$\vec{F} \sim \frac{m \cdot m'}{\vec{r}^2}$ Die Kraft $\vec{F}$, mit der sich die Massen m und m' anziehen, ist proportional dem Produkt der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes $\vec{r}$

Die Physik kann nicht erklären, weshalb es diese Beziehungen gibt, sondern nur experimentell und mathematisch zeigen, *dass* sie gelten.

Durch Maßeinheiten werden die proportionalen Basisbeziehungen zu Basisgleichungen. Hilfreich ist die Vorstellung, dass das SI die Grundgrößenart Masse (noch) nicht enthält. Dann gibt es, Newtons Trägheitsgesetz betreffend, die Basiseinheit Meter m für den Abstand $\vec{r}$ und die abgeleitete Maßeinheit $\frac{m}{s^2}$ für die Beschleunigung $\vec{a}$. Man ist gezwungen, eine der beiden Größen *Kraft* oder *Masse* festzulegen und zum Mitglied des SI zu machen. Die Wahl ist auf die Größenart Masse gefallen. Die Maßeinheit der Kraft ist daher abzuleiten.

> Ein Formelbuchstabe steht für eine physikalische Größe, also für das Produkt aus Maßzahl und Einheit. Das heißt, die Einheiten sind fester Bestandteil der Formelbuchstaben einer Gleichung. Eine solche Gleichung wird als *Größengleichung* bezeichnet. Zum Beispiel gilt für den Formelbuchstaben der Masse $m = \{m\}[m]$
>
> In der geschweiften Klammer steht der Zahlenwert der physikalischen Größe und in der eckigen Klammer die Maßeinheit. Die Klammern sind zu lesen als: *Zahlenwert von m* und *Einheit von m*
>
> Während der Formelbuchstabe implizit die Maßeinheit enthält, müssen Zahlenwerte von Konstanten zusammen mit ihrer Maßeinheit geschrieben werden. Dadurch bestehen auch Konstanten wie Formelbuchstaben aus Maßzahl und Einheit.
>
> In einer Größengleichung erfüllen auch die Einheiten die Gleichung, weil die Zahlenwerte gekürzt werden können (beide Seiten haben den gleichen Zahlenwert).
>
> Am Beispiel des Trägheitsgesetzes $\{\vec{F}\}[\vec{F}] = \{m\}[m] \cdot \{\vec{a}\}[\vec{a}]$ entsteht so die Einheitengleichung $[\vec{F}] = [m] \cdot [\vec{a}]$
>
> Die Einheitengleichung ist *das* Werkzeug zur Ableitung von Einheiten.

Hinweis: In diesem Text werden die Maßeinheiten nicht in eckige Klammern geschrieben, wie es vielfach üblich ist. Auf eine Kennzeichnung von Maßeinheiten wird verzichtet, auch weil sie aus dem Kontext zu erkennen sind.

Die Maßeinheit der Kraft wird mit Hilfe der Einheitengleichung abgeleitet:

Mit $[m] = kg$ und $[a] = \frac{m}{s^2}$ ist $[\vec{F}] = kg \cdot \frac{m}{s^2} = \frac{kg\,m}{s^2} = Newton = N$

Das bedeutet: $1\,N$ ist die Kraft, die die Masse $1\,kg$ mit $1\frac{m}{s^2}$ beschleunigt. Damit ist die proportionale Beziehung zur Basisgleichung $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ geworden.

Auch das Gravitationsgesetz muss im Hinblick auf Maßeinheiten betrachtet werden. Wir stellen fest, dass jetzt alle Größen, die in diesem Gesetz vorkommen, Maßeinheiten besitzen, weshalb die proportionale Beziehung nicht so einfach wie beim Trägheitsgesetz zu einer Gleichung gemacht werden kann. Die Lösung ist die Einführung der Gravitationskonstanten γ Sie wird experimentell ermittelt und sorgt dafür, dass das Gravitationsgesetz als Gleichung mit dem Experiment übereinstimmt.

Als Gleichung lautet das Gravitationsgesetz: $\vec{F} = \gamma \frac{m \cdot m'}{\vec{r}^2}$ mit $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\,s^2}$

Die Maßeinheit der Gravitationskonstanten ergibt sich mit Hilfe der Einheitengleichung

$$[\gamma] = \frac{\frac{kg\,m}{s^2} \cdot m^2}{kg^2} = \frac{m^3}{kg\,s^2}$$

Die Gravitationskonstante ist das Verhältnis der Zahlen, die die beiden Gleichungsseiten des Gravitationsgesetzes durch die Daten eines Experiments annehmen.

Die Einführung der Gravitationskonstanten ist physikalisch zwingend und auf die Doppelbeziehung von Kraft und Masse zurückzuführen. (Theoretisch könnte die Kraft auch mit Hilfe des Gravitationsgesetzes abgeleitet werden, wodurch beim Trägheitsgesetz eine Konstante einzuführen wäre.)

Zu Beginn wurde erwähnt, dass in der Thermodynamik zwischen Energie und Temperatur eine Doppelbeziehung besteht. Ohne näher darauf einzugehen, ist deshalb die Temperatur zwingend Mitglied des SI, vergleichbar mit der Masse.

4. Elektrische Grunderscheinungen

Dabei handelt es sich um den Zusammenhang der Kraft mit elektrischen Ladungen sowie mit Magnetpolen. Weiterhin gibt es die elektrodynamische Grunderscheinung, die sich als Kraft zwischen einer Ladung und einem Magnetpol bei Relativgeschwindigkeit äußert. Die Frage, warum es diese Wechselwirkungen gibt, kann die Physik nicht beantworten. Wir müssen sie akzeptieren.

Die drei Phänomene können durch drei Beziehungen beschrieben werden, vergleichbar mit den Doppelbeziehungen in der Mechanik und der Thermodynamik.

Die elektrischen und magnetischen Wechselwirkungen erscheinen üblicherweise in Verbindung mit Materie. Ein Magnet oder ein elektrisch geladener Körper kann eine beliebige Form annehmen, was eine grundlegende Betrachtung der Erscheinungen sehr erschwert. Deshalb wird der elektrisch geladene Körper zu einer *Punktladung* idealisiert und der Magnet zu einem *Punktpol*. Den magnetischen Punktpol erhält man durch einen sehr langen stabförmigen Magneten. Der Einfluss des zweiten Pols auf den betrachteten ist dann zu vernachlässigen. Theoretisch wird dadurch der Punktpol zu einem magnetischen Monopol, den es praktisch nicht gibt.

> Elektrische und magnetische Felder bzw. das elektromagnetische Feld sind real existierende physikalische Objekte, was die elektromagnetische Welle eindrucksvoll zeigt. Es ist also möglich, die Wechselwirkungen, also die Felder, ohne einen Bezug zu einem Körper zu betrachten. Für die Darstellungen in diesem Text sind jedoch Punktladung und Punktpol die besser geeigneten Objekte.

Ladungen und Magnetpole können positiv oder negativ sein. In Formeln erhalten sie das entsprechende Vorzeichen, wodurch sich die Richtung der Kraft ergibt. Gleichnamige Ladungen bzw. Magnetpole stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

Die Grunderscheinungen der Elektrizitätslehre können durch drei zunächst proportionale Basisbeziehungen dargestellt werden, wenn die elektrische Ladung Q und und die Polstärke p als Größen eingeführt werden.

Erstes Coulomb'sches Gesetz (1.CG): $\vec{F} \sim \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\vec{r}^2}$ Die Kraft $\vec{F}$ ist proportional dem Produkt der Punktladungen Q_1 und Q_2 und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes $\vec{r}$

Zweites Coulomb'sches Gesetz (2.): $\vec{F} \sim \frac{p_1 \cdot p_2}{\vec{r}^2}$ Die Kraft $\vec{F}$ ist proportional dem Produkt der Polstärken p_1 und p_2 und umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes $\vec{r}$ der Punktpole.

Hans Christian Orsted entdeckte 1820 die magnetische Wirkung des elektrischen Stroms, und Michael Faraday fand 1831 die elektromagnetische Induktion. In beiden Fällen spielt Bewegung eine Rolle, nämlich die von elektrischen Ladungen und die eines Magneten. Das zugrunde liegende Gesetz ist das

Elektrodynamische Elementargesetz (EG): $\vec{F} \sim \frac{Q \cdot p \cdot \vec{v}}{\vec{r}^2}$

Die Punktladung Q und die Polstärke eines Punktpols im Abstand $\vec{r}$ haben eine Relativgeschwindigkeit mit einer senkrecht auf $\vec{r}$ stehenden Komponente $\vec{v}$. Dann wirkt die Kraft $\vec{F}$ senkrecht zur Ebene $\vec{r}$ $\vec{v}$ zum einen auf die Punktladung und zum andern als Gegenkraft auf den Punktpol oder umgekehrt.

Das EG sagt aus: Die Kraft $\vec{F}$ ist proportional zu Q , p und $\vec{v}$ sowie umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes $\vec{r}$

Das EG gleicht formal den Coulomb'schen Gesetzen und stellt eine Verbindung zwischen ihnen her. Im Gegensatz zu den Coulomb'schen Gesetzen ist das EG in modernen Lehrbüchern nicht zu finden. Für diesen Text ist es jedoch unverzichtbar und wurde entnommen aus: Kleines Lehrbuch der Physik, W. H. Westphal, Springer Verlag, 1961, Elektrodynamisches Elementargesetz.

Weil das EG eine Grunderscheinung beschreibt, können die Gleichungen der Elektrodynamik daraus abgeleitet werden. Das EG ist der Urvater der wichtigsten Formel der Elektrotechnik: Leistung ist gleich Strom mal Spannung.

Jedoch kann das EG experimentell nicht nachvollzogen werden, weil die Kräfte nicht zu messen sind. Aber aus makroskopischen Erscheinungen der Elektrodynamik ist zwingend auf die Existenz des elektrodynamischen Elementargesetzes zu schließen.

5. Basisgleichungen und die Ableitung von Maßeinheiten

Der erste Schritt, nämlich die Aufstellung der proportionalen Basisbeziehungen, ist gemacht. Der nächste Schritt betrifft die Maßeinheiten von Ladung und Polstärke. Anders als in der Mechanik ist es nicht notwendig, eine der beiden Maßeinheiten festzulegen. Weil die Kraft eine gebietsübergreifende Größe ist, genügen die Einheiten der Mechanik.

> Die aus SI-Basiseinheiten abgeleiteten Maßeinheiten für Ladung und Polstärke sind sehr ungewöhnlich. Man sollte die Wurzelzeichen bis zur endgültigen Form und Größe der Maßeinheiten einfach akzeptieren. Auch das SI schreibt vor, dass Maßeinheiten keine gebrochenen Exponenten (Wurzeln) haben dürfen.

Es ist zweckmäßig, die Ableitung mit dem 2. CG zu beginnen.

Die nach der Polstärke p umgestellte Einheitengleichung des 2.CG ergibt die

Maßeinheit der Polstärke: $[p] = \sqrt{N m^2} = \sqrt{N}\, m$

Weil keine Konstante einzuführen ist, lautet die Gleichung des **2. CG** $\vec{F} = \frac{p_1 \cdot p_2}{\vec{r}^2}$

Mit Hilfe der Maßeinheit $\sqrt{N}\, m$ ergibt die nach Q umgestellte Einheitengleichung des EG

die **Maßeinheit der elektrischen Ladung:** $[Q] = \dfrac{N \cdot m^2}{\sqrt{N}\, m \cdot \frac{m}{s}} = \sqrt{N}\, s$

Als Gleichung lautet das **EG**: $\vec{F} = \frac{Q \cdot p \cdot \vec{v}}{\vec{r}^2}$

Wir stellen fest, dass im 1.CG die Maßeinheiten aller Größen existieren. Deshalb kann dieses Gesetz nur zu einer Gleichung werden, wenn eine experimentell zu bestimmende Proportionalitätskonstante k, analog zum Gravitationsgesetz, eingeführt wird: $\vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_1}{\vec{r}^2}$

Das Experiment würde ergeben $\{k\} = 8{,}988 \cdot 10^{16}$, und aus der nach k umgestellten Einheitengleichung entsteht $[k] = \dfrac{N \cdot m^2}{N s^2} = \dfrac{m^2}{s^2}$ als Maßeinheit.

Da es sich um das Quadrat einer Geschwindigkeit handelt, liegt es auf der Hand, aus k die Wurzel zu ziehen, was $\sqrt{k} = 2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = c_0$ ergibt. Der Zahlenwert lässt erkennen, dass es sich um die Lichtgeschwindigkeit c_0 handelt.

Das **1. CG** wird als Gleichung geschrieben: $\vec{F} = c_0^2 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\vec{r}^2}$

> Das Auftauchen der Lichtgeschwindigkeit in elektromagnetischen Beziehungen wurde 1856 von Kohlrausch und Weber entdeckt und war zur damaligen Zeit eine große Überraschung. Im Gegensatz zur Gravitationskonstanten handelt es sich nicht um *irgendeine* Zahl, sondern um eine wohl bekannte fundamentale Naturkonstante. Das bedeutet auch, dass die Lichtgeschwindigkeit aus den Daten elektrischer Experimente berechnet werden kann.

Im Gegensatz zur Mechanik hat die Ableitung der elektrischen Maßeinheiten nicht dazu geführt, dass eine Maßeinheit festlegt und eine neue Basisgröße in das SI aufgenommen werden musste. Die Mitgliedschaft des Ampere als Maßeinheit des elektrischen Stroms im SI muss daher andere Gründe haben, siehe 10.

6. Die Feldkonstanten und die Konstantengleichung

Die proportionalen Beziehungen sind mit Hilfe einer Konstanten zu Gleichungen geworden, indem für die eingeführten elektrischen Größen Maßeinheiten abgeleitet wurden. In Analogie zur Mechanik könnten wir jetzt unsere Betrachtungen beenden. Im Gegensatz zur Mechanik stellt sich in der Elektrizitätslehre jedoch die Frage, wie wir rechnen und messen wollen, insbesondere, weil die entwickelten Maßeinheiten praktisch unbrauchbar sind, nicht nur wegen der Wurzeln.

Also werden Eingriffe in die Basisgleichungen erforderlich sein. Es ist daher zweckmäßig, zur Vorbereitung Konstanten in die Gleichungen aufzunehmen, vorerst noch ohne Wirkung.

Es handelt sich um den Faktor $\frac{1}{\epsilon_0}$ im 1. CG und den Faktor $\frac{1}{\mu_0}$ im 2. CG.

ϵ_0 wird **elektrische Feldkonstante** genannt und μ_0 **magnetische Feldkonstante**.

1. CG $\vec{F}=\frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{Q_1 \cdot Q_2}{\vec{r}^2}$ mit $\frac{1}{\epsilon_0}=c_0^2$ und $\epsilon_0=\frac{1}{c_0^2}$

2.CG $\vec{F}=\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{p_1 \cdot P_2}{\vec{r}^2}$ mit $\frac{1}{\mu_0}=1$ und $\mu_0=1$

Wichtig: Bei der Entwicklung der Feldkonstanten unter dem SI ist von größter Bedeutung, dass in das EG *keine* Konstante eingeführt wird und auch sonst keine Eingriffe vorgenommen werden.

Die Feldkonstanten an dieser Stelle sind dafür vorgesehen, bei der Weiterentwicklung neue Werte zu bekommen. Unabhängig von ihren Zahlenwerten besteht eine Abhängigkeit zwischen ihnen, da die beiden CG über das EG verkettet sind. Diese Abhängigkeit kann leicht gefunden werden, indem die beiden Gleichungen, die die aktuellen Werte der Feldkonstanten angeben, durch Multiplikation zu *einer* gemacht werden.

Es entsteht die **Konstantengleichung** $c_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \ \mu_0}$

(Dieser Name ist kein eingeführter Begriff und dient als Arbeitstitel)

Die Konstantengleichung hat nichts Geheimnisvolles, wie oft zu lesen ist, denn sie kann leicht verstanden und auf kürzestem Weg hergeleitet werden. Diese Gleichung gibt es nur, weil eine physikalisch überflüssige Konstante eingeführt wurde. Modifikationen der Basisgleichungen dürfen die Konstantengleichung nicht verletzen. Das bedeutet: Die Änderung der Feldkonstanten ist nur mit reziproken Faktoren möglich.

7. Volt und Ampere

Die Geradlinigkeit, mit der in diesem Text versucht wird, unter dem SI die Feldkonstanten aufzubauen, hat es in Wirklichkeit nicht gegeben. Deshalb wäre es kaum hilfreich, die historische Entwicklung nachzuvollziehen, bis auf eine Sache:

Physiker verwendeten Ende des 19. Jahrhunderts, neben anderen Einheitensystemen, das cgs-System mit den Basiseinheiten Zentimeter (cm), Gramm (g) und Sekunde (s). (Manche benutzen es immer noch.)

Länge, Masse und Zeit sind sowohl cgs-Basisgrößen als auch SI-Basisgrößen. Deshalb sind die Maßeinheiten des cgs-Systems formal gleich denen des SI und können umgerechnet werden.

Zum Beispiel die Kraft: $[F]=\frac{g\,cm}{s^2}=dyn=\frac{10^{-3}kg\cdot 10^{-2}m}{s^2}=10^{-5}N$

Obwohl Ladung und Polstärke Größen der Basisgleichungen sind, stehen doch ihre Abkömmlinge Strom I und Spannung U in der Elektrizitätslehre im Vordergrund.

Die von Michael Faraday 1831 entdeckte elektromagnetische Induktion beruht auf der zeitlichen Änderung eines Magnetfeldes. Um Änderungsraten mathematisch anzugeben, werden Größen auf die Zeit bezogen.

Die Polstärke *ist* kein Magnetfeld, aber sie verursacht das B-Feld. (Die geplante Fortsetzung dieses Textes befasst sich damit.) Der Teil eines B-Feldes, der durch eine nicht geschlossene Fläche geht, ist der magnetische Fluss Φ mit der gleichen Maßeinheit wie die Polstärke. Die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses Φ ist die elektrische Spannung U
Umgekehrt kann man die Maßeinheit des magnetischen Flusses und der Polstärke als Produkt aus Spannung und Zeit schreiben.

Spannungseinheiten mit den Umrechnungen SI-cgs und cgs-SI

$$[U] = \frac{[\Phi]}{[t]} = \frac{\sqrt{N}\, m}{s} = \frac{\sqrt{10^5\, dyn}\, 10^2\, cm}{s} \quad \text{und} \quad \frac{\sqrt{dyn}\, cm}{s} = \frac{\sqrt{10^{-5} N} \cdot 10^{-2} m}{s} = \sqrt{10^{-9}}\, \frac{\sqrt{N}\, m}{s}$$

Analog ist die Änderungsrate einer elektrischen Ladung ein elektrischer Strom. Elektrische Ladung bleibt erhalten. Wenn sich eine Ladungsmenge ändert, dann geschieht das durch einen elektrischen Strom, weil Ladung zu- oder abfließt.

Elektrischer Strom wird als Ladung, die auf die Zeit bezogen ist, dargestellt. Umgekehrt wird Ladung zu einem Produkt aus Strom und Zeit.

Stromeinheiten mit den Umrechnungen SI-cgs und cgs-SI

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{\sqrt{N}\, s}{s} = \sqrt{N} = \sqrt{10^5\, dyn} \quad \text{und} \quad \sqrt{dyn} = \sqrt{10^{-5}}\, \sqrt{N}$$

Die Spannungseinheit des cgs-Systems $\frac{\sqrt{dyn}\, cm}{s}$ ist für praktische Zwecke viel zu klein, und die Einheit der Stromstärke $\sqrt{dyn}$ ist unbequem groß. Daher hat man schon 1881 festgelegt:

$$10^8 \frac{\sqrt{dyn}\, cm}{s} = 1\, V = 1\, Volt \qquad 10^{-1} \sqrt{dyn} = 1\, A = 1\, Ampere$$

Volt im SI: $10^8 \sqrt{10^{-9}}\, \frac{\sqrt{N}\, m}{s} = \sqrt{10^7}\, \frac{\sqrt{N}\, m}{s} = V$ als Faktor $1 = \sqrt{10^{-7}}\, \frac{Vs}{\sqrt{N}\, m}$

Ampere im SI: $10^{-1} \sqrt{10^{-5}}\, \sqrt{N} = \sqrt{10^{-7}}\, \sqrt{N} = A$ als Faktor: $1 = \sqrt{10^7}\, \frac{A}{\sqrt{N}}$

Wenn die Einheitengleichungen $\sqrt{10^7}\, \frac{\sqrt{N}\, m}{s} = V$ und $\sqrt{10^{-7}}\, \sqrt{N} = A$ multipliziert werden, entsteht die Maßeinheit der Leistung $\frac{N\, m}{s} = V\, A = W = Watt$

Die Maßeinheiten der elektrischen und der mechanischen Leistung sind im SI gleich, auch wenn die Namen unterschiedlich sind. Der Grund dafür sind die reziproken Faktoren $\sqrt{10^7}$ und $\sqrt{10^{-7}}$, die sich aufheben, wodurch im EG kein Faktor entsteht.

Und das ist ein glücklicher **Zufall**, denn die Faktoren resultieren, wie gezeigt, aus der Festlegung von Volt und Ampere im Jahre 1881, die nur nach Zweckmäßigkeit erfolgt ist. Zu dieser Zeit gab es zwar das Kilogramm und das Meter, aber kein Einheitensystem mit diesen Basisgrößen. Erst 1901 entdeckte der italienische Physiker Giorgi die Übereinstimmung der elektrischen Einheiten mit den mechanischen, wenn ein Kilogramm-Meter-Sekunden-System benutzt wird. Dieses Einheitensystem setzte sich deshalb nach und nach durch und wurde zum SI.

8. Anpassung von Maßeinheiten

Das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit im Zähler des 1. CG bewirkt, dass die Maßeinheit der Ladung $\sqrt{N}s$ im Vergleich zur Maßeinheit der Polstärke $\sqrt{N}m$ winzig klein ist.

Dieses Ungleichgewicht würde den Umgang mit elektrischen Größen sehr umständlich machen, wie es auch bei den cgs-Einheiten von Strom und Spannung der Fall ist.

Es liegt nahe, das Ungleichgewicht in den Basisgleichungen nicht irgendwie zu beseitigen, sondern mit den Umrechnungsfaktoren aus 7., die *zufällig* reziprok sind. Man erhält dann Einheiten für Strom und Spannung, die gleich den historisch festgelegten sind. Also ist es gerechtfertigt, auch die SI-Einheiten von Strom und Spannung Ampere und Volt zu nennen.

Der quadrierte Faktor für die Umrechnung des Stromes $10^7 \frac{A^2}{N}$ wird reziprok in das 1. CG eingesetzt, indem er mit $\frac{1}{\epsilon_0}$ vereinigt wird. Erklärung: Wenn Q die Einheit As hat, sind die Maßzahlen gegenüber der Einheit $\sqrt{N}s$ um das 10^7 fache größer. Der reziproke Faktor 10^{-7} ist der Ausgleich.

Das ergibt $\frac{1}{\epsilon_0}=c_0^2 10^{-7}\frac{N}{A^2}=\{c_0^2\}10^{-7}\frac{Nm^2}{A^2s^2}$ und $\epsilon_0=\frac{10^7}{c_0^2}\frac{A^2}{N}=\frac{10^7}{\{c_0^2\}}\frac{A^2s^2}{Nm^2}$

Probe mit der Einheitengleichung: $N=\frac{N}{A^2}\frac{m^2}{s^2}\frac{[Q][Q]}{m^2}$ $[Q][Q]=A^2s^2$

Der quadrierte Faktor für die Umrechnung der Spannung $10^{-7}\frac{V^2s^2}{Nm^2}$ wird reziprok in das 2.CG eingesetzt, indem er mit $\frac{1}{\mu_0}$ vereinigt wird. Erklärung: Wenn p die Einheit Vs hat, verändert das die Maßzahlen gegenüber der Einheit $\sqrt{N}m$ um das 10^{-7} fache. Der reziproke Faktor 10^7 ist der Ausgleich.

Das ergibt: $\frac{1}{\mu_0}=10^7\frac{Nm^2}{V^2s^2}$ und $\mu_0=10^{-7}\frac{V^2s^2}{Nm^2}$

Probe mit der Einheitengleichung: $N=\frac{Nm^2}{V^2s^2}\frac{[p][p]}{m^2}$ $[p][p]=V^2s^2$

Durch die reziproken Zahlenwerte, mit denen die Feldkonstanten erweitert wurden, ist die Konstantengleichung erfüllt. Man kann zeigen, dass auch die Maßeinheiten reziprok sind, wenn das Newton durch elektrische Einheiten ersetzt wird.

Der Zusammenhang zwischen mechanischen und elektrischen Einheiten ist durch die Einheitengleichung der Leistungsformel gegeben: $VA=\frac{Nm}{s}$ Sie kann beliebig umgestellt werden, zum Beispiel nach N: $N = \frac{V\,A\,s}{m}$

Wenn N in den Einheiten $\frac{A^2}{N}$ (ohne $\frac{s^2}{m^2}$) und $\frac{V^2 s^2}{N\,m^2}$ ersetzt wird, ergibt die Multiplikation 1, dass heißt, die Einheiten sind reziprok: $\frac{A^2}{N} \cdot \frac{V^2 s^2}{N\,m^2} = \frac{A^2 m}{VAs} \cdot \frac{m\,V^2 s^2}{VAs\,m^2} = 1$

Das Ersetzen der Krafteinheit N ergibt rein elektrische Maßeinheiten der Feldkonstanten, die gebräuchlicher sind:

$[\epsilon_0]=\frac{A^2}{N}\frac{s^2}{m^2}=\frac{A^2 m}{V\,A\,s}\frac{s^2}{m^2} = \frac{A\,s}{V\,m}=\frac{F}{m}$ (Die Einheit der Kapazität ist $Farad=F=\frac{As}{V}$)

$[\mu_0]=\frac{V^2 s^2}{N\,m^2}=\frac{V^2 s^2 m}{V\,A\,s\,m^2} = \frac{V\,s}{A\,m}=\frac{H}{m}$ (Die Einheit der Induktivität ist $Henry=H=\frac{Vs}{A}$)

Auch im EG haben die Ladung und die Polstärke die elektrischen Maßeinheiten As und Vs mit den entsprechenden Umrechnungsfaktoren. Weil sie reziprok sind, heben sie sich auf, und das EG bleibt unberührt, entsprechend der Vorgabe.

9. Einführung von 4 π

Es ist sehr zweckmäßig, wenn die Zahl 4π in den Nenner der Coulomb'schen Gesetze aufgenommen wird, weil dadurch der Term einer Kugelfläche entsteht.

1\. CG $\vec{F}=\frac{1}{\epsilon_0}\frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \vec{r}^2}$ mit $\epsilon_0=\frac{10^7}{c_0^2 4\pi}\frac{A\,s}{V\,m}$

Der Eingriff wird durch den Faktor $\frac{1}{4\pi}$ in ϵ_0 ausgeglichen.

Von weitreichender Bedeutung ist eine Umformulierung des 2.CG. Für die Einführung von 4π ist sie sogar Voraussetzung.

Das 2. CG im aktuellen Kontext lautet: $\vec{F}=\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{p_1 \cdot p_2}{\vec{r}^2}$ mit $\mu_0=10^{-7}\frac{V^2 s^2}{N\,m^2}$

Die Polstärken p werden durch $\mu_0 \cdot p'$ ersetzt.

Mit $p_1=\mu_0 \cdot p_1'$ und $p_2=\mu_0 \cdot p_2'$ ergibt sich $\vec{F}=\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{p_1' \cdot \mu_0 \cdot p_2' \cdot \mu_0}{\vec{r}^2}$ und damit lautet das 2.CG : $\vec{F}=\mu_0 \cdot \frac{p_1' \cdot p_2'}{\vec{r}^2}$

Was bedeutet das?

Die Zahl 4π kann eingeführt werden. Die Konstantengleichung erfordert, dass 4π reziprok in μ_0 eingeht. Das ergibt: $\mu_0=10^{-7}4\pi\frac{V\,s}{A\,m}$ Zum Ausgleich kommt 4π in den Nenner, womit der beabsichtigte Zweck erfüllt ist: $\vec{F}=\mu_0 \cdot \frac{p_1' \cdot p_2'}{4\pi \vec{r}^2}$

Es ist eine neue Größe entstanden, nämlich p', die ebenfalls Polstärke genannt wird. Weil das 2. CG „umgebaut“ wurde, muss die neue Polstärke p' zum Ausgleich eine neue Maßeinheit haben, die abgeleitet werden kann:

Mit $[\mu_0]=\frac{Vs}{Am}$ ist $[p']=\frac{[p]}{[\mu_0]}=\frac{Vs\,Am}{Vs}=Am$

Verbale Unterscheidungsmöglichkeiten:

Polstärke p Polstärke p'

alte Polstärke neue Polstärke

Polstärke in Vs Polstärke in Am

Das 2. CG in seiner ursprünglichen Form existiert nicht mehr, denn für die mit dem Faktor 4π erweiterte Feldkonstante μ_0 gilt es nicht. Die Polstärke in Vs lebt aber weiter, schließlich ist sie ein Faktor des EG und sie ist die Ursache des B-Feldes. Auch könnte man das 2.CG so schreiben: $\vec{F}=\frac{p\cdot p'}{4\pi\vec{r}^2}$ Dann ist die Polstärke in Vs noch da.

Um die Analogie zu 7. vervollständigen: Die Polstärke in Am ist die Ursache des H-Feldes. (Die geplante Fortsetzung dieses Textes befasst sich näher damit.)

Der Aufbau der Feldkonstanten ist damit abgeschlossen.

Magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\frac{V\,s}{A\,m} = 12{,}56\cdot 10^{-7}\frac{V\,s}{A\,m}$$

Elektrische Feldkonstante

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{\{c_0^2\}\cdot 4\pi}\frac{A\,s}{V\,m} = \frac{10^7}{4\pi\cdot 8{,}988\cdot 10^{16}}\frac{A\,s}{V\,m} = 8{,}854\cdot 10^{-12}\frac{A\,s}{V\,m}$$

10. Das Ampere als Basiseinheit im SI

Die Maßeinheiten der elektrischen Größen konnten abgeleitet werden. Von daher war es nicht notwendig, eine elektrische Größe in das SI aufzunehmen und Maßeinheiten zu definieren. Aber die abgeleiteten Maßeinheiten wurden durch zwei zweckmäßige Festlegungen angepasst.

Die erste Festlegung betrifft den Faktor $\sqrt{10^{-7}}$, der multipliziert mit der abgeleiteten Stromeinheit $\sqrt{N}$ 1 Ampere ergibt. Das Ampere wurde ins SI aufgenommen und (vordergründig) als Maßeinheit des elektrischen Stroms definiert:

> Der Strom von 1 Ampere fließt im Vakuum dann durch zwei parallele, unendlich lange Leiter mit 1 m Abstand, wenn zwischen den Leitern je Längeneinheit die Kraft von $2\cdot 10^{-7}\ N$ hervorgerufen wird.

Tatsächlich ist es die Festschreibung der magnetischen Feldkonstanten μ_0, insbesondere ihrer Faktoren 10^{-7} und 4π, denn diese Definition betrifft ein Experiment, für das die Formel $F=\mu_0\frac{I^2 l}{2\pi r}$ gilt. Die Zahlenwerte der Definition treffen nur dann zu, wenn die magnetische Feldkonstante den Zahlenwert $4\pi 10^{-7}$ hat.

Probe: $2\cdot 10^{-7}=4\pi 10^{-7}\cdot\frac{1}{2\pi}$

Das SI geht davon aus, dass die Maßeinheit der elektrischen Spannung zum Beispiel mit Hilfe der Leistungsformel, die keinen Faktor enthält, abzuleiten ist. Die abgeleitete Einheit wird kurz *Volt* genannt. Das ist aber nicht selbstverständlich, sondern beruht auf einer zweiten Festlegung, neben μ_0 . Es handelt sich um die ursprüngliche Vorgabe, bei der Anpassung von Maßeinheiten das EG unberührt zu lassen, siehe 6. , was zu einer Konstantengleichung führt, die nur reziproke Eingriffe zulässt. Letztlich bedeutet die zweite Festlegung, dass die elektrische Feldkonstante den Faktor 10^7 enthalten muss.

Die Frage, weshalb das SI die zweite Festlegung (auch historisch hat es die Festlegung von Volt und Ampere gegeben, siehe 7.) nicht ebenso behandelt wie die erste, muss offen bleiben.

11. Ausblick

Drei Ideen haben mich bei der Arbeit an diesem Text weitergebracht:

-- Gleich zu Anfang eine Feldkonstante ohne Wirkung einzuführen, siehe 6. , ergibt auf ganz einfache Weise die berühmte Gleichung $c_0^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \ \mu_0}$, für die ich den Arbeitstitel *Konstantengleichung* gewählt habe.

-- Wenn ich schon SI-Einheiten ableite, in denen Wurzeln vorkommen, und es im cgs-System historisch genauso gemacht wurde, müssen sich Umrechnungsfaktoren ergeben, die direkt in die Feldkonstanten aufzunehmen sind.

-- Außerdem bin ich darauf gekommen, das 2.CG umzudeuten, wodurch sich der Faktor 4π einführen lässt. Dadurch erscheint die Polstärke in zweierlei Gestalt, was in der geplanten Fortsetzung dieses Textes weitergeführt wird. (Auch die Ladung wird so auftreten.)

Es kann sein, dass meine Vorgehensweise physikalisch oberflächlich oder sogar fragwürdig ist. Aber sie hat einen grundlegenden Anfang und ist stringent und systematisch. Leser sollten, je nach Vorkenntnissen, sagen können: „Ach, so ist das!“ , und darauf kommt es mir an.